VŠB – Technická univerzita Ostrava
Fakulta elektrotechniky a informatiky
Katedra informatiky

Výukový systém pro Aristotelovu logiku
System for Aristotelian Logic

2012 Martin Blahovský

VŠB - Technická univerzita Ostrava
Fakulta elektrotechniky a informatiky
Katedra informatiky

Zadání bakalářské práce

Student: **Martin Blahovský**

Studijní program: B2647 Informační a komunikační technologie

Studijní obor: 2612R025 Informatika a výpočetní technika

Téma: Výukový systém pro Aristotelovu logiku
System for Aristotelian Logic

Zásady pro vypracování:

Cílem práce je výukový software pro ověřování Aristotelových sylogismů.
Student nastuduje teorii týkající se Aristotelových sylogismů a vytvoří program výukový program k dané problematice.

Práce bude obsahovat:
1. Seznámení s teorii týkající se sémantiky predikátové logiky 1. řádu (PL1) vzhledem k Aristotelovým sylogismům.
2. Souhrn sémantických důkazových metod pro PL1.
3. Výukový software vytvořený studentem pro ověřování Aristotelových sylogismů:
   - interaktivní formou studenta povede ve vyhodnocování platnosti sylogismů,
   - bude obsahovat systém nápověd využitelných pro samostudium studentů,
   - bude obsahovat vzorová řešení.

Seznam doporučené odborné literatury:

Podle pokynů vedoucího bakalářské práce.

Formální náležitosti a rozsah bakalářské práce stanoví pokyny pro vypracování zveřejněné na webových stránkách fakulty.

Vedoucí bakalářské práce: **Mgr. Marek Menšík, Ph.D.**

Datum zadání: 18.11.2011
Datum odevzdání: 04.05.2012

VYSOKÁ ŠKOLA BÁŇSKÁ-TECHNICKÁ UNIVERZITA
Fakulta elektrotechniky a informatiky
1
OSTRAVA

doc. Dr. Ing. Eduard Sojka
vedoucí katedry

prof. RNDr. Václav Snášel, CSc.
děkan fakulty

Prohlášení:

Prohlašuji, že jsem tuto bakalářskou práci vypracoval samostatně. Uvedl jsem všechny literární prameny a publikace, ze kterých jsem čerpal.

V Karviné dne 4.5. 2012

Blahovský
....

Podpis

Rád bych poděkoval vedoucímu své bakalářské práce Mgr. Markovi Menšíkovi, Ph.D. za trpělivost a ochotu při konzultacích a za všechen volný čas, který mi věnoval.

Abstrakt:

Tato bakalářská práce popisuje důkazové metody predikátové logiky prvního řádu. Definuje abecedu a gramatiku predikátové logiky a převod z přirozeného jazyka do jazyka predikátové logiky. Interpretuje formule a jazyk a shrnuje dokazovací metody – syntaktické i sémantické. Především je kladen důraz na dokazování platnosti Aristotelových sylogismů pomocí Vennových diagramů. Hlavní součástí bakalářské práce je aplikace pro vyhodnocování Aristotelových sylogismů.

Klíčová slova:

Aristotelova logika, predikátová logika, PL1, sylogismus, rezoluční metoda, sémantické tablo, Vennovy diagramy, relační struktury

Abstract:

This bachelor thesis describes the methods of the first order predicate logic. It defines an alphabet and a grammar of the predicate logic and a transformation from natural language to the language of a predicate logic. It interprets formulas and language and summarizes methods that have been proved – syntax and semantics. The main emphasis is placed on proving Aristotelian syllogisms according to Venn´s diagrams. The main part of this bachelor thesis is the application for evaluation of Aristotelian syllogisms.

Key words:

Aristotelian logic, predicate logic, PL1, syllogism, resolution method, semantic tablo, Venn´s diagrams, relational structure

OBSAH:

1. Úvod

Cílem mé bakalářské práce je popsat teorii týkající se Aristotelových sylogismů a popis důkazových metod predikátové logiky prvního řádu.

V úvodní části se věnuji jazyku predikátové logiky, tedy abecedě a gramatice. Dále popisuji interpretaci jazyka a formulí a jejich převod z přirozeného jazyka do jazyka predikátové logiky prvního řádu. Nakonec se věnuji jednotlivým metodám dokazování. Tyto metody se dělí na sémantické a syntaktické. Mezi syntaktické metody patří např. rezoluční metoda a přirozená dedukce. Mezi sémantické metody patří relační struktury a především Vennovy diagramy, které jsou detailně popsány i s řešenými příklady.

V závěrečné části se věnuji popisu aplikace. Je ukázáno a popsáno uživatelské rozhraní a použitá abeceda. Dále jsou ukázány vstupy a výstupy aplikace a na názorném příkladu je ukázána práce s aplikací. Nakonec je popsáno použité vývojové prostředí a programovací jazyk.

2. Predikátová logika

V této kapitole jsem čerpal ze skript [1], [2], [3], [4].

V matematice a logice se pod pojmem predikátová logika označuje formální systém používaný k popisu matematických teorií a vět.

Predikátová logika je rozšířením výrokové logiky. Ta nedokáže dostatečně jemně formalizovat některá složitější tvrzení. Do této logiky jsou přidány kvantifikátory a vztahy mezi individuy (predikáty). Individuum je prvek z nějaké množiny (univerza) a predikát je relace na této množině.

2.1. Predikátová logika prvního řádu

Formalizuje úsudky o vlastnostech předmětů a vztazích mezi předměty pevně dané předmětné oblasti (univerza). Jazyk predikátové logiky poskytuje vyjadřovací prostředky nejen pro vyjádření stavu úlohy, ale i k popisu pravidel a znalostí. Je v tomto směru výrazně bohatší, než jazyk výrokové logiky. Predikátová logika 1. řádu si všímá struktury vět. V každé větě je rozlišováno individuum, o kterém se něco predikuje, tedy se zkoumají jeho vlastnosti, či vztahy. Predikátová logika 1. řádu je postačující pro formalizaci mnohých matematických i jiných teorií.

2.1.1. Jazyk predikátové logiky

Abeceda se skládá z :

a) Symbolů pro individuové proměnné – $x, y, z, \dots, x_1, y_1, z_{1, \dots}$
b) Symbolů pro predikáty – P^k, R^k, … , $P^k{}_1$, $R^k{}_{1, \dots}$
c) Symboly pro kvantifikátory - $\forall$ (obecný), $\exists$ (existenční)
d) Symbolů pro individuové konstanty $a_1, \dots, a_n$
e) Symbolů pro logické spojky - $\neg$ (negace), $\wedge$ (konjunkce), $\vee$ (disjunkce), $\supset$ (implikace), $\equiv$ (ekvivalence)
f) Pomocné symboly – a , (,)

2.1.2. Gramatika predikátové logiky

a) Termy :

Každý symbol proměnné *x, y,* … je term.

Jsou-li $t_1,...,t_n$ ($n \geq 0$) termy a je-li f n-ární funkční symbol, pak výraz $f(t_1,...,t_n)$ je term; pro $n = 0$ se jedná o nulární funkční symbol, neboli individuovou konstantu (značíme a, b, c, …).
Pouze výrazy, které splňují výše uvedené vlastnosti jsou termy.

b) Atomické formule :

Je-li p n-ární predikátový symbol a jsou-li $t_1,...,t_n$ termy, pak výraz p($t_1,...,t_n$) je atomická formule.
Jsou-li t_1 a t_2 termy, pak výraz $(t_1 = t_2)$ je atomická formule.

c) Molekulární formule :

Každá atomická formule je formule.

Je-li výraz A formule, pak $\neg$A je formule.
jsou-li výrazy A a B formule, pak výrazy (A $\vee$ B), (A $\wedge$ B), (A $\supset$ B), (A $\equiv$ B) jsou formule.
Je-li x proměnná a A formule, pak výrazy $\forall x$A a $\exists x$A jsou formule.
Pouze výrazy, které splňují výše uvedené vlastnosti jsou formule.

2.1.3. Charakteristika predikátové logiky

Charakteristikou predikátové logiky 1. řádu je, že jediným povoleným typem proměnných jsou individuové proměnné. Pouze individuové proměnné lze vázat kvantifikátory.

Podle definice jazyka (viz. 2.1.1.) pro takový konkrétní jazyk platí obecné principy logiky, ale také, je-li interpretace těchto prvků jiná, platí pro ně mimologické principy, jež jsou tvůrcem definovány pomocí speciálních axiomů.

Zápis výsledných formulí můžeme zjednodušit na základě dodržení konvencí o vynechávání závorek:

Elementární formule a formule nejvyššího řádu není třeba závorkovat, jsou vynechány vnější závorky. Elementární formule je formule řádu 0, která neobsahuje žádné funktory, tedy ani kvantifikátory. Formule vyšších řádů obsahují funktory, tedy kvantifikátory nebo logické spojky.

Po dodržení priority funktorů ve formuli není třeba psát závorky. Nejvyšší prioritu mají kvantifikátory ($\forall$, $\exists$), poté v daném pořadí mají prioritu tyto logické spojky: $\neg$, $\wedge$, $\vee$, $\supset$, $\equiv$.

Za předpokladu, že o prioritě vyhodnocení formule nerozhodnou ani závorky ani priorita, tak vyhodnocujeme formuli zleva doprava

Jelikož jsou logické spojky konjunkce a disjunkce asociativní, není třeba zapisovat závorky při zápisu většího počtu konjunkcí a disjunkcí

2.2. Sémantika PL1

2.2.1. Interpretace formulí

Sémantika, neboli význam formulí predikátové logiky 1. řádu, je dána jejich intepretací. Interpretace formule spočívá v stanovení předmětné oblasti, což je obor proměnnosti (individuových proměnných). Zvolíme tedy neprázdnou množinu nazývanou universum diskursu, jejíž prvky jsou individua.

Predikátovým symbolům, které vyjadřují vztahy mezi prvky univerza, přiřadíme n-ární relace , což je podmnožina kartézského součinu nad universem. Pokud jde o unární predikátový symbol, tak mu přiřadíme podmnožinu universa. Stejný postup platí i pro funkční symboly, které budou vyjadřovat n-ární funkce nad universem.

Jakmile bude daná formule správně interpretována, můžeme vyhodnotit, zdali je pravdivá, nebo nepravdivá pro danou interpretaci.

Nesmíme ovšem zapomenout na proměnné. Proměnným v jazyce PL1 přiřazujeme individua, což jsou prvky universa, pomocí valuace. Proměnné rozlišujeme na volné a vázané. Pokud daná formule obsahuje volné proměnné, tak můžeme vyhodnotit její pravdivost, nebo nepravdivost v interpretaci pouze v závislosti na valuaci (ohodnocení) volných proměnných. Formule je tedy pravdivá v interpretacích, kdy pro všechny valuace proměnných platí, že je pravdivá.

Definice ohodnocení :

Ohodnocení (valuace) individuových proměnných je zobrazení e, které každé proměnné x přiřazuje hodnotu $e(x) \in$ M (prvek univerza).

Ohodnocení termů e* indukované ohodnocením proměnných e je induktivně definováno takto:

$$e^*(x) = e(x)$$

$e^*(f\ (t_1,\ t_2,...,t_n)) = f_M\ (e^*(t_1),\ e^*(t_2),...,e^*(t_n))$, kde f_M je funkce přiřazená v dané interpretaci funkčnímu symbolu *f*.

Definice proměnných:

Výskyt proměnné x ve formuli A je vázaný, jestliže je součástí nějaké podformule $\forall$xB(*x*), nebo $\exists$xB(*x*) formule A.

Proměnná *x* je vázaná ve formuli A, má-li v A vázaný výskyt. Výskyt proměnné *x* ve formuli A, který není vázaný, nazýváme volný.

Proměnná *x* je volná ve formuli A, má-li v A volný výskyt.

Formule, v níž každá proměnná má buď všechny výskyty volné, nebo všechny výskyty vázané, se nazývá formulí s čistými proměnnými.

Formule se nazývá uzavřenou, neobsahuje-li žádnou volnou proměnnou. Formule, která obsahuje aspoň jednu volnou proměnnou se nazývá otevřenou. Nechť $x_1, x_2, ..., x_n$ jsou všechny volné proměnné formule A. Potom uzavřenou formuli $\forall A =_{df} \forall x_1 \forall x_2 ... \forall x_n A$ resp. $\exists A =_{df} \exists x_1 \exists x_2 ... \exists x_n A$, nazýváme generálním resp. existenčním uzávěrem formule A.

Symbolem A(*x/t*) označujeme formuli, která vznikne z formule A korektní substitucí termu *t* za proměnnou *x*. Má-li být substituce korektní, musí splňovat následující pravidla :

Při substituci nahrazujeme všechny volné výskyty proměnné *x* ve formuli A. Substituovat lze pouze volné výskyty proměnné *x* ve formuli A.

Žádná individuová proměnná vystupující v termu *t* se po provedení substituce *x/t* nesmí stát ve formuli A vázanou (v takovém případě je term *t* za proměnnou *x* ve formuli A nesubstituovatelný).

Symbolem A($x_1,x_2,...,x_n\ /\ t_1,t_2,...,t_n$) označujeme formuli, která vznikne z formule A korektními substitucemi x_i/t_i *pro* $i = 1, 2,...,n$. Všechny formule tvaru A($x_1,\ x_2,...,x_n\ /\ t_1,\ t_2,...,t_n$) nazýváme instancemi formule A.

2.2.2. Interpretace jazyka

Nazývá se také interpretační strukturou a je tvořena třemi objekty. Neprázdnou množinou M, která je nazývaná universum diskursu. Jejími prvky jsou individua.

Dále interpretací funkčních symbolů jazyka, které přiřazují každému n-árnímu funkčnímu symbolu f určité zobrazení f_M: $M^n \rightarrow M$.

A nakonec interpretaci predikátových symbolů jazyka, které přiřazují každému n-árnímu predikátovému symbolu p jistou n-ární relaci p_M nad M, tj podmnožinu Kartézského součinu M^n.

Definice Formulí:

Formule A je splnitelná v interpretaci I, jestliže existuje ohodnocení e proměnných takové, že platí $\models_I A[e]$.

Formule A je pravdivá v interpretaci I, značíme $\models_I A$, jestliže pro všechna možná ohodnocení e individuových proměnných platí, že $\models_I A[e]$.

Formule A je splnitelná, jestliže existuje interpretace I, ve které je splněna, tj. jestliže existuje interpretace I a valuace e takové, že $\models_I A[e]$. Taková interpretace I a valuace e, tedy dvojice <I,e>, pro kterou platí $\models_I A[e]$, se nazývá model formule.

Formule A je tautologií (logicky pravdivá), značíme $\models A$, jestliže je pravdivá v každé interpretaci.

Formule A je kontradikcí, jestliže nemá model, tedy neexistuje interpretace I, která by formuli A splňovala.

2.3. Převod z přirozeného jazyka do jazyka PL1

Jde o analýzu výrazů zadané věty z přirozeného jazyka do jazyka predikátové logiky. Stejně jako ve výrokové logice používáme k převodu výrokové symboly pro negaci, konjunkci, disjunkci, implikaci a ekvivalenci, ale navíc používáme obecné a existenční kvantifikátory. Pro označení predikátů používáme velká písmena. Převod je založen na analýze přirozeného jazyka. Nesmí ovšem dojít při označení predikátů ke kolizi vlastností, funkcí, nebo vztahů stejným označením. Výsledkem převodu bude formule, která popisuje strukturu a logickou formu věty.

2.3.1. Logické spojky

Slouží ke spojování výroků. Pokud spojíme dva výroky pomocí logické spojky, tak výsledkem bude opět výrok. Můžeme tedy vytvářet i velmi složité celky, které budou stále výrokem. Spojky se používají pro spojování predikátů, individuových jmen a jiných výrazů.

Konjunkce:

Výroková spojka „a“ je dvouargumentová. Zapisuje se symbolem $\wedge$. Spojíme-li s ní dva výroky A, B, dostaneme výrok „A a B“, v němž se konstatuje pravdivost A i B. Výrok $A \wedge B$ je pravdivý právě tehdy, když oba dílčí výroky A, B jsou pravdivé. Nepravdivý je v případě, kdy alespoň jeden z výroků je nepravdivý.

Disjunkce:

Výroková spojka „ nebo “ je dvouargumentová. Zapisuje se symbolem $\vee$. Spojíme-li s ní dva výroky A, B, dostaneme výrok „ A nebo B “, v němž se konstatuje pravdivost A i B. Výrok $A \vee B$ je pravdivý právě tehdy, když alespoň jeden z výroků A, B je pravdivý. Nepravdivý je v případě, když jsou oba výroky A, B nepravdivé.

Implikace:

Výroková spojka „ z toho plyne“, nebo „jestliže – pak “ je dvouargumentová. Zapisuje se symbolem $\supset$. Spojíme-li s ní dva výroky A, B, dostaneme výrok „ z A plyne B “, v němž se konstatuje pravdivost A i B. Výrok $A \supset B$ je pravdivý právě tehdy, když výrok A je nepravdivý, nebo výrok B je pravdivý. Nepravdivý je v případě, když výrok A je pravdivý a výrok B je nepravdivý.

Ekvivalence:

Výroková spojka „ tehdy a jen tehdy, když “ je dvouargumentová. Zapisuje se symbolem $\equiv$. Spojíme-li s ní dva výroky A, B, dostaneme výrok „ A právě tehdy a jen tehdy, když B “, v němž se konstatuje pravdivost A i B. Výrok $A \equiv B$ je pravdivý právě tehdy, když výroky A, B mají tutéž pravdivostní hodnotu. Nepravdivý je v případě, když výroky A, B mají různé pravdivostní hodnoty.

Negace:

Výroková spojka „ není pravda, že “ je jednoargumentová. Zapisuje se symbolem $\neg$. Nechť A je libovolný výrok. Složený výrok $\neg A$ je pravdivý, právě tehdy, když výrok A je nepravdivý. Nepravdivý je v případě, když výrok A je pravdivý.

2.3.2. Kvantifikátory

Jsou symboly používané v matematice a logice. Slouží pro vyjádření míry přítomnosti dané vlastnosti (predikátu) v jisté třídě objektů. Rozlišují se dva základní druhy kvantifikátorů. Jsou to obecné a existenční kvantifikátory. V logice PL1 jimi lze vázat pouze individuové proměnné.

Obecný kvantifikátor :

Jeho označením je ∀ a používáme jej, když se v přirozeném jazyce vyskytují výrazy jako : „ každý, všichni, nikdo, apod.“. Při použití obecného kvantifikátoru se většinou používá spojky implikace ⊃, jelikož při použití konjunkce by splnitelnost byla téměř nulová. Proto např. tvrzení „ Pro všechny A jsou B “ interpretujeme do predikátové logiky jako $\forall x[\ A(x) \supset B(x)\ ]$.

Příklady interpretace výroků jazyka PL1 :

Nikdo, kdo není zapracován (P), nepracuje samostatně (S).

$\forall x\ [\neg P(x) \supset \neg S(x)]$

Ne každý sportovec (S) je fotbalista (F).

$\neg\forall x\ \{[S(x) \supset F(x)]$

Všichni zaměstnanci (Z) používají výtah (V).

$\forall x\ [Z(x) \supset V(x)]$

Existenční kvantifikátor:

Jeho označením je ∃ a používáme jej, když se v přirozeném jazyce vyskytují výrazy jako : „někdo, něco, někteří, existuje, apod.“. Při použití existenčního kvantifikátoru se většinou používá spojky konjunkce ∧, jelikož při použití implikace by formule byla téměř tautologie, tudíž by byla pravdivou téměř v každé interpretaci. Proto např. tvrzení „ Některá A jsou B “ interpretujeme do predikátové logiky jako $\exists x[\ A(x) \wedge B(x)\ ]$.

Příklady interpretace výroků jazyka PL1 :

Někteří chytří lidé (Ch) jsou líní (L) .

$\exists x\ [Ch(x) \wedge L(x)]$

Některá prvočísla (P) nejsou lichá (L).

$\exists x\ [P(x) \wedge \neg L(x)]$

Neexistuje učený (U) spadlý z nebe (S).

$\neg\exists x\ [U(x) \wedge S(x)]$

2.4. Logické vyplývání

Úsudek $P_1, \ldots, P_n$ / Z je deduktivně správný (platný), značíme $P_1, \ldots, P_n \models Z$, jestliže závěr Z logicky vyplývá z předpokladů $P_1, \ldots, P_n$, tj. za všech okolností takových, že jsou pravdivé všechny předpoklady $P_1, \ldots, P_n$, je (za těchto okolností) pravdivý i závěr Z.

Z toho vyplývá, že pokud jsou všechny předpoklady pravdivé, musí být pravdivý i závěr.

Tato definice je platná pro deduktivní úsudky, o těchto úsudcích bude pojednávat následující podkapitola.

Model množiny formulí, vyplývání v PL1:

Model množiny formulí $\{A_1, \ldots, A_n\}$ je taková interpretace I, ve které jsou pravdivé všechny formule $A_1, \ldots, A_n$.

Formule B logicky vyplývá z množiny $A_1, \ldots, A_n$ značíme jej $A_1, \ldots, A_n \models B$, jestliže je formule B pravdivá v každém modelu množiny formulí $A_1, \ldots, A_n$.

Tedy pro každou interpretaci I, ve které jsou pravdivé formule $A_1, \ldots, A_n$ ($\models_I A_1, \ldots, \models_I A_n$) platí, že je v ní pravdivá i formule B ($\models_I B$).

2.4.1. Deduktivní úsudky a jejich vlastnosti

Deduktivní usuzování používáme všichni v praktickém životě. Usuzujeme tedy logicky, aniž bychom si uvědomovali, že používáme logiku.

Příklady správných deduktivních úsudků:

Všechny kovy se teplem roztahují.

Měď je kov.

Měď se teplem roztahuje.

V seznamu novodobých římských císařů není žádná žena.
Marie Terezie byla žena.

Není pravda, že Marie Terezie byla římská císařovna.

Vlastnosti deduktivních úsudků:

a) Platný úsudek může mít nepravdivý závěr:

Závěr je pravdivý pouze za předpokladu pravdivosti premis. Pokud je závěr nepravdivý, znamená to, že alespoň jedna z premis je nepravdivá.

b) Monotónnost:

Jestliže P1, …, Pn |= Z , pak P1, …, Pn, Pn+1 |= Z , pro libovolnou další premisu Pn+1.

c) Tranzitivita:

Jestliže $P_1, \ldots, P_n \models Z$ a $Q_1, \ldots, Q_m, Z \models Z'$, pak $P_1, \ldots, P_n, Q_1, \ldots, Q_m \models Z'$.

d) Reflexivita:

Je-li B rovna jedné z premis $P_1, \ldots, P_n$, pak $P_1, \ldots, P_n \models B$.

e) Ze sporné množiny předpokladů vyplývá jakýkoliv závěr:

Všechny pravdivé matematické výroky jsou analyticky pravdivé. Běžné výroky přirozeného jazyka nejsou analyticky pravdivé, jsou empirické, což znamená, že záleží na stavu, ve kterém jsou formulovány. Mohou být tedy někdy pravdivé a někdy nepravdivé.

2.5. Aristotelská logika

Aristoteles byl řecký filozof a zakladatel logiky, který zkoumal logiku před více než 2000 lety. Založil logiku jako vědu ve vlastním slova smyslu, přičemž původně ji nazýval jako analytiku. Vznikla mnohem dříve než výroková logika, které se poté věnovali stoici.

Aristotelská a posléze tradiční logika pracovala jen s jednomístnými predikáty, je jen částí predikátové logiky. Základními stavebními prvky aristotelské logiky jsou tři témata. Jsou jimi soudy, pojmy a úsudky.

2.5.1. Pojem

Pojem je označení pro to, co je míněno nějakým smysluplným spojením, nebo slovem. Toto slovo, nebo slovní spojení vyjadřuje samo o sobě nějakou skutečnost, která může být hmatatelná, nebo jen pomyslná, např. „pravda“, „stůl“, „nejlepší hráč“. Aristoteles sepsal spis Kategorie, ve kterém se věnoval problematice pojmů. Pojmy ve spisu rozdělil do deseti skupin, tzv. kategorií, podle toho o čem vypovídají. Do skupiny jsou přidána všechna slova, která se vyskytují bez jakékoliv souvislosti, znamenají buď podstatu, nebo kvantitu, nebo kvalitu, nebo vztah, nebo místo, nebo čas, nebo polohu, nebo vlastnictví, nebo činnost, nebo trpnost.

Je zdůrazněno, že pojem sám o sobě nemůže být ani pravdivý ani nepravdivý. Teprve až spojením pojmů vznikají pravdy, nebo nepravdy.

Pojem má svůj rozsah a obsah. Rozsah pojmu je souhrn všeho toho, o čem tento pojem vypovídá, tudíž všechny věci, které jsou tímto pojmem označené. Obsah pojmu je souhrn všech určení, která daný pojem vymezují.

Všechny soudy a úsudky jsou tvořeny na základě vztahů mezi pojmy, čili na základě toho, o čem daný pojem vypovídá, nebo nevypovídá.

2.5.2. Soud, Logický čtverec

Soud vzniká spojením pojmů (do věty). Teprve až po spojení pojmů má smysl se ptát na pravdivost, resp. nepravdivost. Všechny oznamovací věty můžeme považovat za soudy, jelikož soudy vždy něco vypovídají, nebo popírají a proto mají vlastnost, že mohou nabývat hodnoty, buď pravdivé, nebo nepravdivé.

Aristoteles se ovšem zajímal pouze o soudy jedné formy, a to takové soudy, které vznikají spojením pouze dvou pojmů. Těmito pojmy jsou subjekt (S) a predikát (P). Tento typ soudu se nazývá subjekt –predikátový. Subjekt je v tomto spojení chápán jako podmět, o kterém se soud vypovídá, neboli to, o čem soud vypovídá. Predikát je naopak chápán jako přísudek, který vypovídá o tom, co se subjektu (podmětu) přisuzuje, tedy co se o něm vypovídá. Rozhodnutí o tom, zdali je nějaký pojem subjektem, nebo predikátem daného soudu, záleží na jeho postavení ve větě (v soudu). Stejný pojem může v jednom soudu být chápán jako subjekt, ale v odlišném soudu to bude predikát. Jako např. v tomto uvedeném soudu: „Člověk je živočich.“ je zde pojem „člověk“ subjektem a pojem „živočich“ je predikátem. Ovšem v soudu: „Student je člověk.“ Je pojem „člověk“ predikátem a pojem „student“ je subjektem.

Soud říká, že se predikát o subjektu buď vypovídá, nebo nevypovídá. Tudíž je soud buď kladný , nebo záporný. Ovšem to, že je soud kladný, nebo záporný nevypovídá nic o jeho pravdivostní hodnotě. Kladný soud, stejně jako záporný soud, může být jak pravdivý, tak i nepravdivý.

Soudy se dělí na obecné a částečné. Pokud se v soudu predikát vypovídá o každém předmětu, tak jde o obecný soud. Naopak pokud se v soudu predikát vypovídá jen o některých předmětech, tak jde o částečný soud.

Aristoteles přišel na to, že každý soud má tři vlastnosti. Těmito vlastnostmi jsou kvalita, kvantita a modalita. Podle kvantity se soudy dělí na kladné a záporné, podle kvantity na obecné a částečné a podle modality na kategorické a modální.

Kategorické soudy přisuzují predikát danému subjektu, tedy konstatují nějaký fakt. Modální soudy jsou složitější. Tvrdí nejen, že se predikát o subjektu vypovídá, ale že se o něm navíc vypovídá nutně, nebo možná, nebo náhodou atd. Aristoteles se zabýval převážně kategorickými soudy, protože jsou mezi nimi nejjednodušší vztahy.

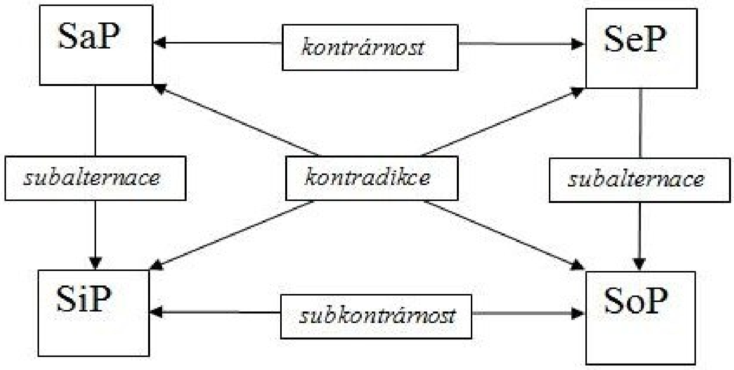
Celkem se kategorické soudy dělí do čtyř skupin, které jsou už od středověku označovány samohláskami:

A – Soudy obecné kladné – všechna S jsou P – SaP

E – Soudy obecné záporné – žádné S není P – SeP

I – Soudy částečně kladné – některá S jsou P – Sip

O – Soudy částečně záporné – některá S nejsou P – Sop



2.5.2 -1 Logický čtverec

Samohlásky pocházejí z latinských slov. Pro kladné soudy je to „affirmo" (tvrdím) a „nego" (popírám) pro záporné soudy. Vztahy mezi těmito soudy se znázorňují pro přehlednost do tzv. logického čtverce.

Vztahy logického čtverce:

Kontradikce:

Neboli protiklad, dva soudy si odporují, mají přesně opačné pravdivostní hodnoty. Tudíž jeden je pravdivý a druhý nepravdivý.

Kontrárnost:

Ze dvou soudů může být nejvýše jeden pravdivý. To znamená, že buď budou nepravdivé oba, nebo bude jeden pravdivý a druhý nepravdivý. Je to vztah mezi obecným kladným a záporným soudem.

Subkontrárnost:

Ze dvou soudů bude alespoň jeden pravdivý. To znamená, že buď budou oba pravdivé, nebo bude jeden pravdivý a druhý nepravdivý. Je to vztah mezi částečnými soudy.

Subalternost:

Je vztahem mezi obecnými a částečnými soudy. Pokud bude obecný soud pravdivý, musí být pravdivý i soud částečný. Pokud bude částečný soud nepravdivý, musí být nepravdivý i soud obecný. Obráceně ale platnost daná není. Pokud bude částečný soud pravdivý, neznamená to , že bude pravdivý i soud obecný, i když tato možnost nastat může. Pokud bude obecný soud nepravdivý, neznamená to, že musí být nepravdivý i soud částečný.

2.5.3. Úsudek, Sylogismy

Nauka o úsudcích je nejdůležitější částí aristotelské logiky. Spojením soudů vzniká úsudek. Ze známých soudů se odvozuje závěr, tedy co ze soudů vyplývá. Úsudek se vždy skládá z předem známých premis (předpokladů) a odvozovaného (neznámého) závěru.

Podle Aristotela je sylogismus jedinou správnou formou úsudku, takže takovou formou, která tvrdí, že od pravdivých premis dojdeme vždy k pravdivému závěru. Sylogismus je velmi jednoduchým úsudkem. Používají se k zjišťování příčin, vlastností a vztahů mezi pojmy. Závěry v sylogismech vždy vyplývají z premis.

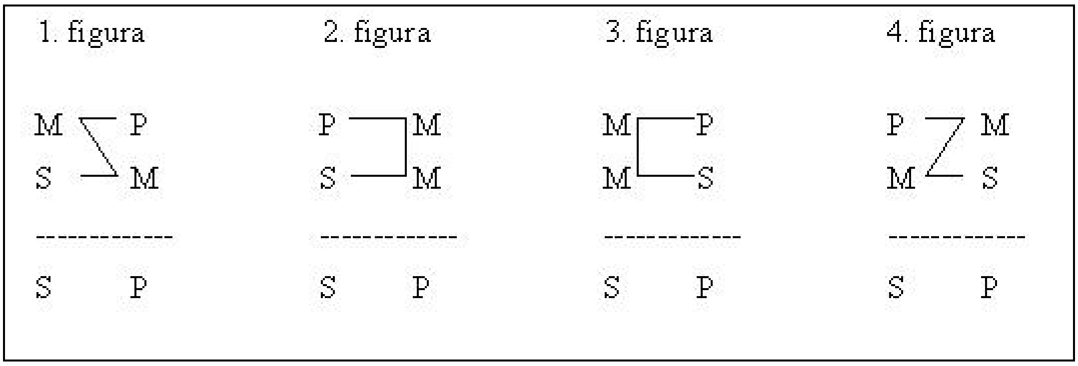
Kategorický sylogismus, neboli bezpodmínečný sylogismus je úsudek, který obsahuje dvě premisy (jedna s vyšší a druhá s nižší prioritou) a jeden závěr. Premisy a závěr jsou složeny ze tří termínů. V premisách sylogismu se vyskytuje kromě subjektu(S) a predikátu (P) také střední člen (M). Základním požadavkem pro platnost sylogismu je identita všech tří pojmů. Především prostředního členu(mediánu), ten totiž zprostředkovává spojení mezi subjektem a predikátem.

Pravidla tvorby sylogismu:

Je tvořen třemi soudy, dvěma premisami a závěrem. Sylogismus je tvořen kombinací subjektu, predikátu a mediánu. Predikát je pojem stojící ve větě na místě přísudku a prohlašuje něco o subjektu. V závěru je predikát obsazen v první premise. Subjekt je pojem stojící ve větě na místě podmětu. V závěru je subjekt obsazen v druhé premise. Medián je střední člen, který je obsažen v obou premisách, ale není obsažen v závěru.

Alespoň jedna premisa musí být obecná, ze dvou částečných premis nic neplyne. Alespoň jedna premisa musí být kladná, ze dvou záporných nic neplyne. Závěr je řízen slabší premisou. Pokud bude jedna z premis částečná, bude i závěr částečný. Pokud bude jedna z premis záporná, bude i závěr záporný.

Aristoteles rozdělil sylogismy do tří figur podle postavení termínů v premisách. Později byla přidána čtvrtá figura.



2.5.3 -1 Figury

V každé figuře lze pomocí kombinací a, e, i, o vytvořit 64 různých rozložení typů soudů, což je 256 sylogismů. Danému rozložení se říká modus sylogismu. V každé figuře je ovšem platných jen 6 rozložení (módů) sylogismů, tedy 24 možností odvození, které vedou od pravdivých premis k pravdivému závěru.

Ve středověku sepsal Petr Hispánský učebnici pro pravdivé(platné) módy nazvanou Summulae Logicales, kde byla zapsána jména jako pomůcka, pro rozlišení, jakého typu je odpovídající soud. Rozlišuje se podle samohlásek obsažených ve jméně.

Těmito jmény jsou:

1. Figura : Barbara, Celarent, Darii, Ferio, (Barbari, Celaront – subalterní módy)
2. Figura : Cesare, Camestres, Festino, Baroco, (Cesaro, Camestros – subalterní módy)
3. Figura : Disamis, Datisi, Bocardo, Ferison, Darapti, Felapton
4. Figura : Camenes, Dimatis, Fresison, Bramantip, Fesapo, (Camenos – subalterní mód)

2.6. Dokazovací metody v PL1

Metody pro dokazování platnosti úsudků jsou buď sémantické, nebo syntaktické. Sémantické metody se zabývají sémantikou, neboli významem. V PL1 je významem formule její interpretace. Naopak syntaktické metody se zabývají syntaxí (tvarem), ale nezajímají se o význam formule. Tato metoda se používá při automatickém dokazování.

Sémantické metody:

Relační struktury - Metoda pro predikáty, které mají aritu větší než 1. Tedy počet individuových proměnných, které jsou argumenty funkce nebo predikátu.

Vennovy diagramy - Je grafickou metodou dokazování platnosti. Používá se pro dokazování Aristotelových sylogismů, ale je možnost použít pro dokazování všech formulí, které mají jednoargumentové predikáty.

Syntaktické metody:

Sémantická tabla: Je metoda vhodná pro převod formule do disjunktivní, nebo konjunktivní normální formy. Disjunktivní normální forma se používá pro důkaz, že formule je kontradikce, konjunktivní forma jako důkaz, že formule je tautologie.

Rezoluční metoda: Je přímá a nepřímá metoda dokazování. Přímou metodu lze použít jen v případě, že se v předpokladech nevyskytují existenční kvantifikátory či volné proměnné.

2.6.1. Relační struktury

Máme zadány dva předpoklady a závěr. Pomocí algoritmu relační struktury zjistíme, jestli závěr vyplývá z předpokladů. Definice říká, že úsudek je správný, pokud je závěr pravdivý ve všech modelech předpokladů. Platnost úsudku se sémanticky ověřuje přímo, nebo sporem.

P_1: Lenka má ráda sportovce

P_2: Martin je sportovec

Z: Lenka má ráda Martina

P_1: $\forall x\ [\ R(l,x) \supset S(x)\ ]$

P_2: $S(m)$

Z: $R(l,m)$

Abychom zajistili pravdivost předpokladů, musí mít interpretace nad množinou individuí Z následující tvar:

$R_Z \subset Z$ x Z: {… , < Lenka, I_1 >, < Lenka, i_2 >, … , , <Lenka, i_n> … }

$S_Z \subset Z$: {... i_1, i_2, ..., Martin, ..., i_n ... }

Individuum Martin leží v množině S_Z a rovná se nějakému individuu z i_1, i_2, … , i_n, které je v relaci S_Z s individuem Lenka.

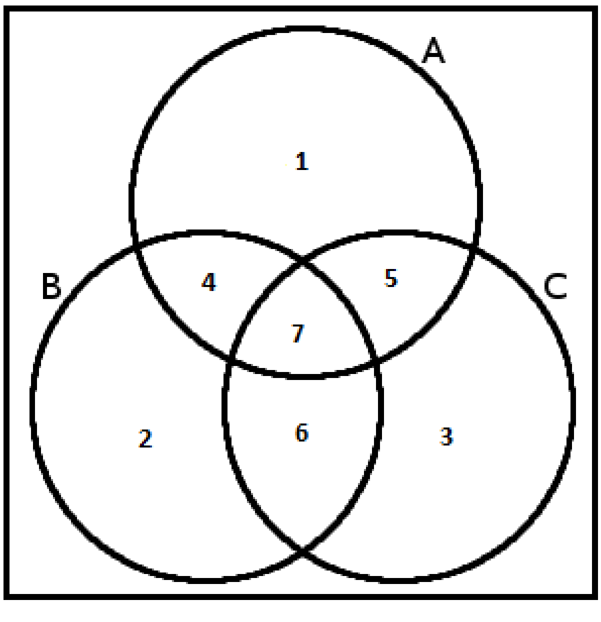
Vidíme, že závěr nevyplývá, jelikož není zaručeno, že daná relace R_Z bude obsahovat právě dvojici < Lenka, Martin>.

2.6.2. Vennovy diagramy

Vytváříme pomocí nich grafický model situace, která je vyjádřena premisami. Ověřujeme, jestli náš grafický model vyjadřuje tu skutečnost, že závěr je pravdivý za všech situací, za kterých jsou předpoklady pravdivé. Tedy závěr je pravdivý ve všech modelech předpokladů. Využívá se pro dokazování sylogismů.

Vennovy diagramy jsou v podstatě množinovým vyjádřením úsudku. Každý predikát je zastoupen jedním kruhem. Všechny tyto kruhy se vzájemně protínají. Jednotlivé premisy se znázorňují do kruhů graficky na poměru dvou daných množin.

Definice ploch Vennova diagramu:



2.6.2 -1 Popis diagramu

1: $A(x) \wedge \neg B(x) \wedge \neg C(x)$

2: $\neg A(x) \wedge B(x) \wedge \neg C(x)$

3: $\neg A(x) \wedge \neg B(x) \wedge C(x)$

4: $A(x) \wedge B(x) \wedge \neg C(x)$

5: $A(x) \wedge \neg B(x) \wedge C(x)$

6: $\neg A(x) \wedge B(x) \wedge C(x)$

7: $A(x) \wedge B(x) \wedge C(x)$

8: $\neg A(x) \wedge \neg B(x) \wedge \neg C(x)$ – Universum

Postup tvorby Vennových diagramů:

Obory pravdivostí predikátů zakreslíme jako vzájemně se protínající kruhy, kde každé dvě množiny mají společný průnik.

Poté znázorníme situaci, kde jsou premisy pravdivé. Pro všeobecné předpoklady platí, že se označují šrafováním a značí se prázdné třídy objektů. Pro existenční předpoklady platí, že se označí křížkem plochy, které jsou jistě neprázdné. Křížek ovšem klademe jen tehdy, kdy neexistuje jiná plocha, kam by mohl být křížek umístěn.

Nakonec ověříme, jestli vzniklá situace znázorňuje pravdivost závěru.

Příklad všeobecných předpokladů a závěru s platným úsudkem:

P_1: Všichni fotbalisté jsou sportovci

P_2: Všichni sportovci žijí zdravě

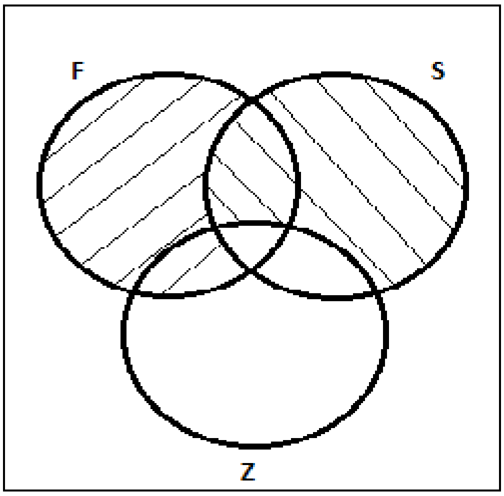
Z: Všichni fotbalisté žijí zdravě

Formalizace:

P_1: $\forall x[F(x) \supset S(x)]$

P_2: $\forall x[S(x) \supset Z(x)]$

Z: $\forall x[F(x) \supset Z(x)]$



2.6.2 -2 Výsledný diagram

První premisa (všichni fotbalisté jsou sportovci) říká, že neexistuje prvek, který by byl v množině F a nebyl v množině S.

Druhá premisa (Všichni sportovci žijí zdravě) říká, že neexistuje prvek, který by byl v množině S a nebyl v množině Z.

Závěr (Všichni fotbalisté žijí zdravě) říká, že všechny prvky ležící v množině F zároveň leží v množině Z. Úsudek je tedy platný.

Příklad s všeobecným a existenčním předpokladem a závěrem s platným úsudkem:

P_1: Nikdo, kdo je moudrý, není pyšný

P_2: Někteří politici jsou moudří lidé

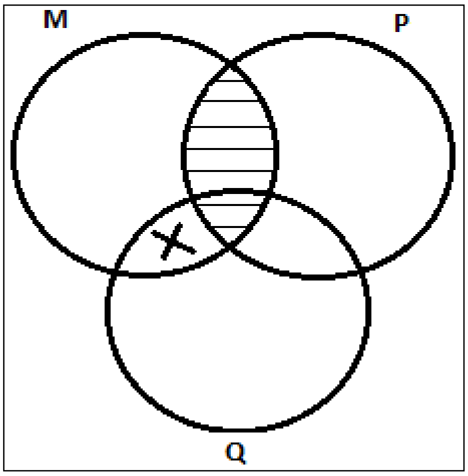
Z: Někteří politici nejsou pyšní

Formalizace:

P_1: $\forall x[M(x) \supset \neg P(x)]$

P_2: $\exists x[Q(x) \wedge M(x)]$

Z: $\exists x[Q(x) \wedge \neg P(x)]$



2.6.2 -3 Výsledný diagram

První premisa (Nikdo, kdo je moudrý, není pyšný) říká, že neexistuje žádné M, které by bylo P. Proto škrtáme průnik M a P.

Druhá premisa (Někteří politici jsou moudří lidé) říká, že je neprázdný průnik množin M a Q, proto uděláme křížek.

Závěr (Někteří politici nejsou pyšní) říká, že průnik Q a P musí být neprázdný, jelikož průnik je neprázdný, tak je úsudek platný.

Příklad s všeobecným a existenčním předpokladem a závěrem s neplatným úsudkem:

P_1: Všichni jezevci jsou sběratelé umění

P_2: Někteří sběratelé umění žijí v norách

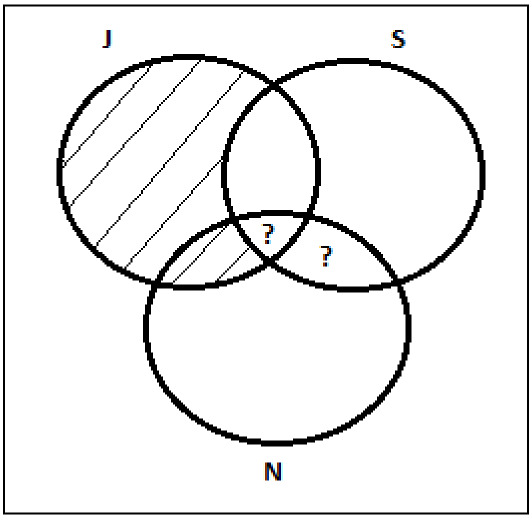
Z: Někteří jezevci žijí v norách

Formalizace:

P_1: $\forall x[J(x) \supset S(x)]$

P_2: $\exists x[S(x) \wedge N(x)]$

Z: $\exists x[J(x) \wedge N(x)]$



2.6.2 -4 Výsledný diagram

První premisa (Všichni jezevci jsou sběratelé umění) říká, že neexistuje žádné prvek, který by byl v množině J a nebyl v množině S.

Druhá premisa (Někteří sběratelé umění žijí v norách) říká, že průnik S a N je neprázdný, ovšem nevíme kam dát křížek, protože máme dvě možnosti, proto označíme otazníky.

Závěr (Někteří jezevci žijí v norách) nemůžeme tudíž dokázat => úsudek je neplatný.

2.6.3. Sémantické tablo

Dochází k uplatňování distributivního zákona. Formule převádíme do konjunktivních (KNF) nebo disjunktivních (DNF) normálních forem. Disjunktivní normální forma je vhodná pro důkaz, že formule je kontradikce, konjunktivní normální forma je vhodná pro důkaz, že formule je tautologie.

Konjunktivní tablo:

Pro dokazování tautologií, což jsou logicky pravdivé formule. Vychází z toho, že konjunkce je pravdivá v případě pravdivosti všech konjunktů, tedy konjunkce tautologií je tautologie. Jednotlivé konjunkty jsou disjunkce literálů.

Disjunktivní tablo:

Pro dokazování kontradikce, což jsou nepřímé důkazy. Vychází z toho, že disjunkce je nepravdivá v případě, že všechny disjunkty jsou nepravdivé, tedy disjunkce kontradikcí je kontradikce. Jednotlivé disjunkty jsou konjunkce literálů.

Příklad sémantického tabla vypočteného pomocí nepřímé metody:

P_1: Všichni fotbalisté jsou sportovci

P_2: Všichni sportovci žijí zdravě

Z: Všichni fotbalisté žijí zdravě

Formalizace:

P_1: $\forall x[F(x) \supset S(x)]$

P_2: $\forall x[S(x) \supset Z(x)]$

Z: $\forall x[F(x) \supset Z(x)]$

Aplikujeme větu o dedukci a větu o spojování předpokladů:

$[\forall x\ [F(x) \supset S(x)] \wedge \forall x\ [S(x) \supset Z(x)]] \supset \forall x\ [F(x) \supset Z(x)]$

Provedeme negaci, abychom mohli dokazovat spornost negované formule:

$[\forall x\ [F(x) \supset S(x)] \wedge \forall x\ [S(x) \supset Z(x)]] \wedge \exists x\ [F(x) \wedge \neg Z(x)]$

Pomocí ekvivalentních úprav převádíme na konjunktivní formu:

$[\forall x\ [\neg F(x) \vee S(x)] \wedge \forall x\ [\neg S(x) \vee Z(x)]] \wedge \exists x\ [F(x) \wedge \neg Z(x)]$

Eliminace existenčního a následně všeobecného kvantifikátoru a rozdělení na dvě větve:

$\forall x\ [\neg F(x) \vee S(x)] \wedge [\underline{\neg S(a) \vee Z(a)}] \wedge F(a) \wedge \neg Z(a)$

$\ldots, \forall x\ [\neg F(x) \vee S(x)], \neg S(a), F(a), \neg Z(a)$

$\ldots, \forall x\ [\neg F(x) \vee S(x)], Z(a), F(a), \neg Z(a)$

Odstranění všeobecného kvantifikátoru a opět větvení:

$\forall x\ [\neg F(x) \vee S(x)] \wedge [\underline{\neg S(a) \vee Z(a)}] \wedge F(a) \wedge \neg Z(a)$

$\ldots, \forall x\ [\neg F(x) \vee S(x)], \neg S(a), F(a), \neg Z(a)$

$\ldots, \forall x\ [\neg F(x) \vee S(x)], Z(a), F(a), \neg Z(a)$

$\ldots, \neg F(a), \neg S(a), F(a), \neg Z(a)$ $\ldots, S(a), \neg S(a), F(a), \neg Z(a)$

Jedná se o disjunkci kontradikcí, jelikož se všechny větve uzavřely. Formule je tedy kontradikce, proto původní je tautologie. Z toho plyne, že úsudek je platný.

2.6.4. Rezoluční metoda

Pomocí rezoluční metody ověřujeme platnost úsudků a tautologičnost formule. Je obdobou stejnojmenné metody výrokové logiky. Je ovšem složitější vzhledem k bohatší sktruktuře formulí. Používá se v logickém programování.

Je aplikovatelná na formuli ve speciální konjunktivní normální formě (Skolemově klauzulární formě). Převod formule do Skolemovy klauzulární formy není ekvivalentní, ale zachovává splnitelnost.

Ověřování platnosti úsudků:

Přímá metoda:

Výsledek vyplývá z rodičovských klauzulí, jejichž premisy musí mít pouze všeobecné kvantifikátory.

Nepřímá metoda:

Znegujeme závěr a připojíme jej k množině předpokladů. Postupným aplikováním rezolučního pravidla se snažíme dospět k prázdné klauzuli. Pokud dojdeme ve výsledku k prázdné klauzuli, znamená to, že množina premis s negovaným závěrem je sporná. Což pro původní závěr znamená, že úsudek je platný. Prázdná klauzule je tedy ta, která neobsahuje žádný literál.

Ověřování tautologie:

Provádí se nepřímo, když znegujeme formuli, převedeme ji do Skolemovy klauzulární formy a postupnou aplikací rezolučního pravidla se snažíme dojít ke sporu, tedy k prázdné klausuli. Prázdná klausule znamená spornost negace, tedy znamená, že původní formule je tautologie.

Příklad rezoluční metody řešené sporem:

P_1: Nikdo kdo pracuje, nemůže být líný.

P_2: Všichni studenti jsou pracovití.

Z: Proto, kdo je student, nemůže být líný.

P_1: $\forall x\, [P(x) \supset \neg Q(x)]$

P_2: $\forall x[R(x) \supset P(x)]$

Z: $\forall x[R(x) \supset \neg Q(x)]$

Eliminujeme implikace převodem na disjunkce, přejmenujeme proměnné a znegujeme závěr:

P_1: $\neg P(x) \vee \neg Q(x)$

P_2: $\neg R(y) \vee P(y)$

Z: $R(z) \wedge Q(z)$

Sepíšeme klauzule pod sebe a aplikujeme rezoluční pravidla:

1. $\neg P(x) \vee \neg Q(x)$
2. $\neg R(y) \vee P(y)$
3. $R(z)$
4. $Q(z)$
5. $\neg R(x) \vee \neg Q(x)$ rezoluce 1. a 2., substituce y/x
6. $\neg P(z)$ rezoluce 1. a 4., substituce x/z
7. $P(z)$ rezoluce 2. a 3., substituce y/z
8. # rezoluce 6. a 7.

Předpoklady jsou ve sporu s negovaným závěrem, tedy původní závěr z předpokladů vyplývá.

3. Případová studie

Má aplikace je zaměřena na dokazování platnosti Aristotelových sylogismů pomocí sémantické důkazové metody Vennových diagramů. Aplikace by měla sloužit jako výukový materiál studentům, kde je interaktivní formou povede k vyhodnocování platnosti sylogismů.

3.1. Vstupy aplikace

Vstupem do aplikace jsou formalizované premisy a závěr, které se řídí abecedou predikátové logiky prvního řádu. Jsou vytvořeny komponenty pro premisy a pro závěr. Komponenty se skládají z jednotlivých DropDownListů. Je to tímto způsobem navrženo proto , aby byly potlačeny chyby vstupních dat od uživatele. Uživatel si pouze z nabídky vybere jemu odpovídající prvky pro použití.

Aplikace je navržena pro vstup minimálně jednoho predikátu a maximálně dvou predikátů pro jednotlivé premisy a závěr.

3.1.1. Abeceda

Zvolená abeceda pro aplikaci vychází z podkapitoly č. 2.1.1. Jazyk predikátové logiky. Speciální značky pro kvantifikátory a logické spojky jsou nahrazeny textovými hodnotami. Symboly použité v aplikaci jsou tyto.

Symboly pro logické spojky:

Negace $\neg$ je nahrazena textem Not.

Konjunkce $\wedge$ je nahrazena textem AND.

Disjunkce $\vee$ je nahrazena textem OR.

Implikace $\supset$ je nahrazena textem Imply.

Symboly pro kvantifikátory:

Všeobecný kvantifikátor $\forall$ je nahrazen textem All X.

Existenční kvantifikátor $\exists$ je nahrazen textem Exist X.

Symboly pro predikáty:

Jednotlivé predikáty jsou označeny písmeny A,B,C. Kde každý predikát je definován jako jeden kruh.

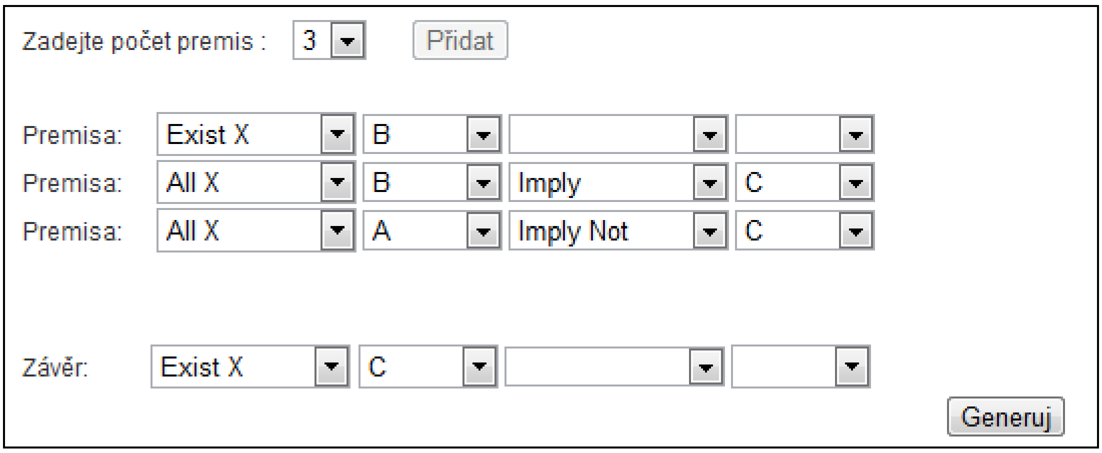
3.1.2. Logické spojky

V mé aplikaci je dovolena kombinace všech kvantifikátorů se všemi logickými spojkami. Tudíž, i když se zpravidla při volbě všeobecného kvantifikátoru používá logické spojky implikace, tak může uživatel použít i konjunkci nebo disjunkci. Obdobně, při použití existenčního kvantifikátoru se zpravidla využívá logické spojky konjunkce, lze ovšem použít i spojky implikace nebo disjunkce.

3.2. Uživatelské rozhraní

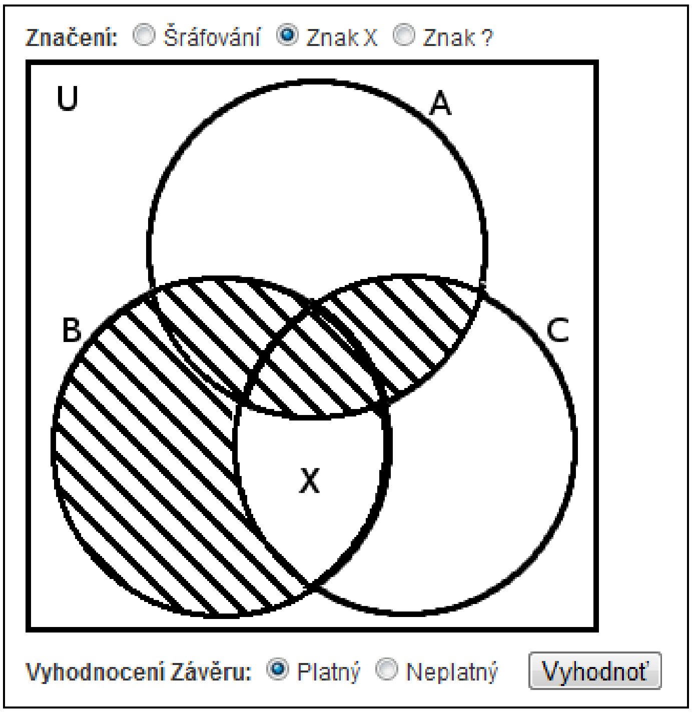
Uživatelské rozhraní je rozděleno na tři části. Jsou jimi zadání vstupních dat, dále vykreslování diagramu uživatelem a nakonec vyhodnocení platnosti.

V horní části je formulář pro zadávání premis a závěru. Uživatel si může zvolit počet vstupních premis, který je maximálně omezen na tři premisy.



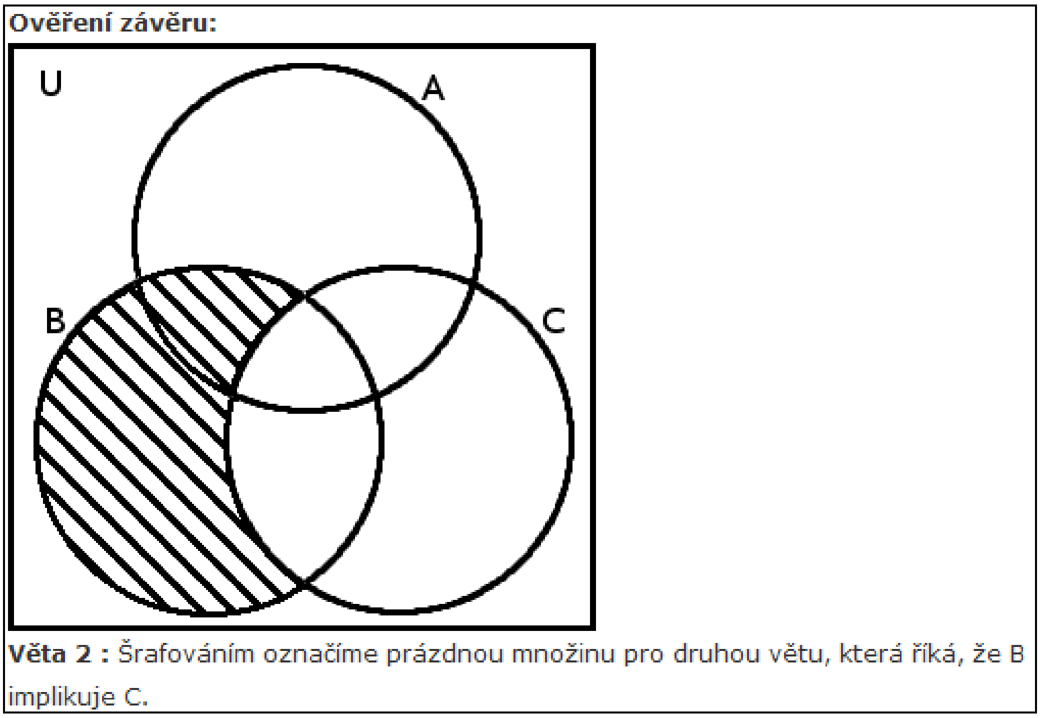
3.2 -1 Vstupní formulář

Student zadá jednotlivé vstupní premisy a závěr. Poté po stisku tlačítka je vygenerován obrazec Vennových diagramů, do kterého uživatel vykresluje řešení. Pomocí radiobuttonů vybírá možnosti kreslení. Buď je to šrafování, nebo značení křížkem, popřípadě otazníkem.



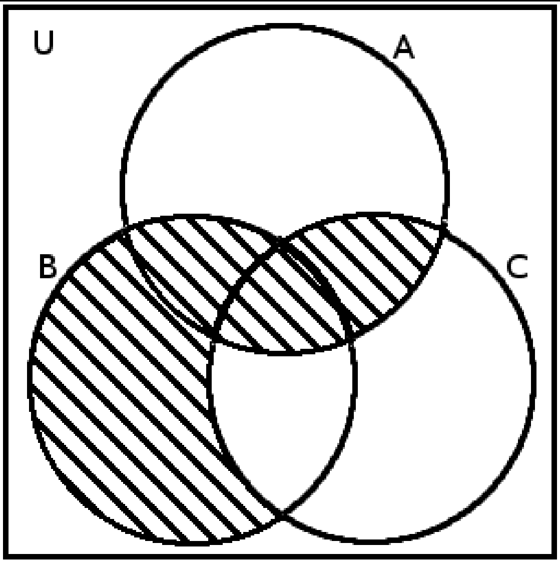
3.2 -2 Diagram vykreslený uživatelem

V dalším kroku uživatel stiskne tlačítko vyhodnotit, které postupně krok po kroku vykreslí podle zadaných premis řešení a nakonec vypíše platnost rovnice.



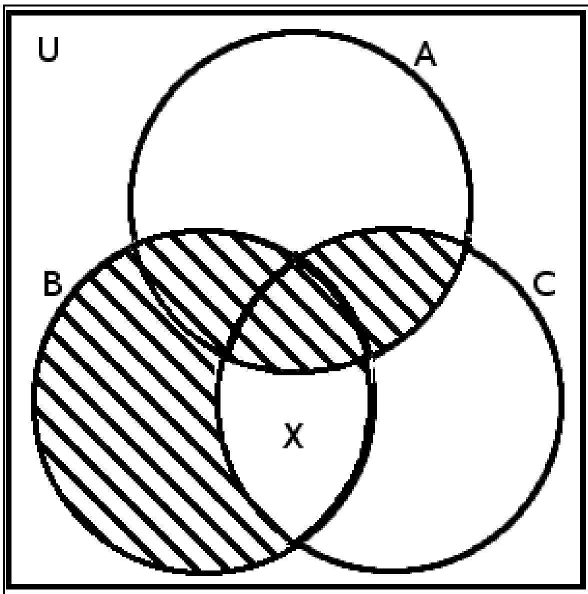
3.2 -3 Vyřešení druhé premisy

Nejdříve jsou řešeny premisy s všeobecným kvantifikátorem, proto se nejdříve vykreslí zadaný diagram pro druhou premisu, poté pro třetí premisu a nakonec se vykreslí první premisa, která obsahuje existenční kvantifikátor.



Věta 3 : Šrafováním označíme prázdnou množinu pro třetí větu, která říká, že A implikuje negaci C.

3.2 -4 Vyřešení třetí premisy



Věta 1 : Křížkem označíme existenci pro první větu, která říká, že existuje B.

Závěr: Úsudek je platný.

3.2 -5 Vyřešení první premisy

3.3. Výstupy aplikace

Výstupem z aplikace jsou Vennovy diagramy. Diagramy jsou grafickým zobrazením zadaných premis, kde každý kruh vyjadřuje jeden predikát. Tyto kruhy jsou vzájemně propojené. Jsou tři možnosti značení do diagramu. První je šrafování, tímto způsobem se označují prázdné množiny. Druhým způsobem je zobrazování otazníků. Otazníky označují možnost výskytu prvku. Ovšem prvek může být na více pozicích. Třetím způsobem je značení křížkem. To znamená, že daná neprázdná podmnožina je pouze jediná, ve které může úsudek být platný.

Výstupem aplikace je tedy Vennův diagram vykreslený uživatelem. Dalšími výstupy jsou jednotlivé kroky ověřování, kdy se pro každou premisu vykreslí diagram se správným postupem. Každý ověřovací krok je doplněn o vysvětlující komentář ke každé premise.

Pod posledním ověřovacím diagramem je zobrazena platnost nebo neplatnost úsudku. Uživatel si tedy může ověřit, zda jeho postup byl správný.

3.4. Implementace

Aplikace je naprogramována v ASP.NET ve vývojovém prostředí MS Visual Studio 2010. Jde o webovou aplikaci, která má logickou vrstvu naprogramovanou v jazyce C#.

4. Závěr

Cílem práce bylo shrnutí teorie týkající se sémantiky predikátové logiky 1. řádu vzhledem k Aristotelovým sylogismům. Nejdříve jsem definoval jazyk a abecedu predikátové logiky. Hlavně jsem se zaměřil na dokazovací metody v predikátové logice. Tyto metody se dělí na syntaktické a sémantické. U sémantických dokazovacích metod jsem uvedl k oběma metodám i příklady. Především jsem kladl důraz na vysvětlení ověřovací metody Vennových diagramů. Součástí práce je program pro ověřování platnosti úsudků pomocí Vennových diagramů, který funguje na principu interakce s uživatelem. Aplikace se ovládá přes webové rozhraní.

5. Literatura

[1] Duží, M. (2012): *Logika pro informatiky.* [Online] skripta VŠB-Technická univerzita Ostrava. http://www.cs.vsb.cz/duzi/Matlogika_ESF_Definite.pdf

[2] Cmorej, P. (2002): *Úvod do logické syntaxe a sémantiky*. Triton, Praha, ISBN:80-7254-294-X

[3] Raclavský J. (2006): *Predikátová logika.* [Online] výukový text Masarykova univerzita Brno. http://www.phil.muni.cz/fil/logika/pl.php

[4] Sochor, A. (2001): *Klasická matematická logika.* Karolinum, Praha, ISBN: 80-246-0218-0